

Nekonečno a konečno ve světle posledního vývoje fyziky a matematiky
Pierre Cartier

◆ bytový seminář, česky | francouzsky, vznik: 14. 9. 1987

◆ private seminar, Czech | French, origin: 14. 9. 1987

Nekonečno a konečno ve světle posledního vývoje fyziky a matematiky [1987]

[strojový, neredigovaný přepis – model Gemini 3 (flash/pro) – únor 2026]

--- (1987-09-14 Pierre Cartier – Nekonečno a konečno (1) [LVH184VA]_Kaz a_cleaned.flac) ---

Jiný hlas: Mého bádání je matematika, ale už na hranici teoretické fyziky. *Mon intérêt pour la les questions philosophiques ou d'histoire des sciences sont anciens, mais je ne suis qu'un qu'un amateur dans ce domaine.* Už dávno se zajímám o filosofii a o historii věd, ale v této oblasti jsem jen amatérem. *Le thème que je voudrais aborder aujourd'hui, ce sont les relations du fini et de l'infini à la lumière des nouveaux développements à la fois de la physique et des mathématiques.* Dneska se budu zabývat tématem vztahu konečna a nekonečna, a to ve světle posledních objevů ve fyzice a matematice. *J'ai divisé mon exposé en six parties. C'est parti : Les paradoxes de l'infini. La solution orthodoxe. Le défi de la physique. Abrégé d'histoire des infiniment petits.* Rozdělil jsem exposé do šesti částí. Zaprvé, paradoxy nekonečna. Ortodoxní řešení. Výzva fyziky. Stručná historie nekonečně malých hodnot. Částic.

Hejdánek: Tam nejde o částice, spíš o ty nejmenší. Nekonečně malých stačí, dobře.

Jiný hlas: *La révolution d'Abraham Robinson. Une nouvelle dialectique du fini et de l'infini. Combien de temps parler ? Une heure, une heure et demie ? Oui, une heure, une heure et demie. Bon, d'accord.* Revoluce Abrahama Robinsona. Nová dialektika konečna a nekonečna. Jak dlouho se mluví? Hodinu, hodinu a půl? Ano, hodinu, hodinu a půl. *Les formes les plus anciennes connues des paradoxes de l'infini sont dues à Zénon d'Élée et Pythagore.* Nejstarší formy paradoxů pocházejí z Pythagora a Zénona z Eleje. *Je ne vais pas ici répéter le paradoxe d'Achille et de la tortue qui est bien connu de tous.* Nebudu opakovat paradox Achilla a želvy, který bude asi pro všechny známý. *Pour ce qui est de Pythagore, on sait que c'est le problème de la diagonale du carré qui a soulevé des difficultés.* Co se týká Pythagora, víme, že problematický byl problém diagonály [nesrozumitelné].

Hejdánek: Úhlopříčky, prostě čtverce, sestrojeného nad úhlopříčkou nějakého čtverce a nalezení poměru té diagonály a toho [nesrozumitelné].

Jiný hlas: *Bien que la forme des paradoxes soit différente, l'origine en est la même. Dans les deux cas, on commence un processus indéfini de subdivision.* Ačkoli je forma paradoxu jiná, podstata je stejná. V obou případech se začíná procesem *indéfini de subdivision*, neurčitého procesu dělení.

Hejdánek: Neomezený. Pořád se dělí dál a dál.

Jiný hlas: *Puisque dans Achille fait des pas de plus en plus petits pour le rapprocher de la tortue. Pour la géométrie du carré chez Pythagore, il y a un processus analogue. Le point est qu'à partir d'une certaine figure géométrique, on en crée une nouvelle qui a la même forme, mais plus petite, et que ceci peut être répété sans stopper.* Achille dělá čím dál menší kroky, aby se přiblížil k želvě. V geometrii čtverce u Pythagora je proces jiný nebo podobný. Z jednoho čtverce se udělá stejný čtverec, ale menší, a v tom se může pokračovat dál a dál. *Ceci était en contradiction avec les idées admises par les Éléates. Que l'on peut résumer de la manière suivante, en simplifiant beaucoup. L'espace et le temps sont faits d'atomes indivisibles.* Toto bylo v rozporu s myšlenkami eleatů, které se dají takto shrnout, zjednodušeně tedy. Prostor a čas jsou sestrojeny z nedělitelných atomů.

Hejdánek: Jsou kontinuem, a to je možné dělit do nekonečna. Je to tak?

Jiný hlas: *Sont faits d'atomes en nombre fini, et après chaque instant du temps, il y en a un suivant, et avant chaque instant du temps, il y en a eu un précédent.* Po každé chvíli v času je další chvíle a před každou chvílí byla také chvíle. *Ce qui semble en contradiction with la possibilité de subdiviser indéfiniment. Je crois que c'est là le thème central des paradoxes, et c'est ce thème que je vais essayer d'étudier au cours de l'histoire et des époques modernes.* Což se zdá být v rozporu s možností dělit do nekonečna. Tady je hlavní téma paradoxů a toto téma budu rozvíjet od začátku do moderní doby. *Dans l'époque moderne, Galilée est le premier à avoir reconsidéré cette question. Ou plutôt, sa question il a formulé ses questions d'une manière indépendante de la métaphysique et de la théologie.* V moderní době Galilei se první zabýval, začal se dívat jinak na tuto otázku. Anebo spíš Galilei formuloval jiným způsobem tyto otázky, to jest nezávisle na metafyzice a teologii. *Dans les notions communes, koines, de*

d'Euclide, un des axiomes essentiels, c'est la partie est plus petite que le tout. V notions communes, to ted' nevím, jak to mám přeložit...

Hejdánek: Pojetí obecné a je tam ten řeckej pojem koiné.

Jiný hlas: *Euclides* má axiom, podle kterého části jsou menší než celek.

Jiný hlas: *Au marge de ces réflexions bien connues sur la mécanique et le mouvement*, vedle těch známých úvah o mechanice a pohybu, *Galilée avait posé la question suivante. Galilei* položil následující otázku. *La partie est plus petite que le tout, dit Euclide. Eukleidés* říká: část je menší než celek. *Pourtant, si l'on considère d'une part les nombres entiers naturels, un, deux, trois, et cetera.* Ale přesto, když si vezmeme přirozená čísla, jedna, dvě, tři a tak dále. *Considérons aussi ceux qui sont des carrés parfaits, un, quatre, neuf, et cetera.* Když se podíváme na čísla jako jedna, čtyři, devět, šestnáct, to poznáte, co to je za čísla.

Pravé čtverce. Na druhou.

Tout entier n'est pas un carré. Každé číslo není čtvercem.

Mocninou.

Donc il y a moins de carrés que de nombres ordinaires. Což znamená, že je méně čtverců než obyčejných čísel. Čtverců tady nemyslíme obrazce, nýbrž druhou mocninu. *Et pourtant, chaque nombre carré a été obtenu comme le carré d'un nombre déterminé, donc il y a autant de carrés que de nombres ordinaires.* A přesto každý čtverec může být získán z každého čísla, takže vlastně těch čtverců by mělo být stejně jako těch čísel. Tolik.

Jo. *Toutes ces thèses mises ensemble fournissent évidemment une contradiction logique.* A tyto různé teze dohromady vytvářejí protiklady, takže je jasné, že to nemůžeme dát dohromady. *L'argument peut prendre de nombreuses formes variées.* Tento argument se může různě vykládat a rozvíjet. *Dans chaque cas, une suite d'assertions mathématiques incontestables sont en contradiction avec l'axiome d'Euclide.* V každém případě je následování tvrzení matematických v rozporu k tomu principu *Eukleidovu*.

V rozporu.

Quelle est la solution au paradoxe? Jaké je řešení k tomu paradoxu? Bien sûr, une des origines des paradoxes de ce genre, c'est la différence classique entre infini actuel et potentiel. Jeden z důvodů k těmto paradoxům je rozdíl mezi nekonečnem aktuálním a potenciálním. *Entre un infini qui est déjà réalisé... Mezi nekonečnem, které je už uskutečněno... et un infini indéfini qui construit l'infini. ...a nekonečným konečnem, které tvoří nekonečno.*

Hejdánek: Neurčité nekonečno, které konstituuje nekonečno.

Jiný hlas: *Un objet fini mais indéfini qui construit l'infini.* Jo, tady jde o to, že jde o konečný objekt, rozumí se tím člověk, který konstruuje nekonečno. Takže je tady rozdíl mezi nekonečnem již konstruovaným a nekonečnem, které ještě konstruováno není, ale je v pohybu. *La différence entre un infini qui existe déjà et un infini qui est en train de se créer.* To je rozdíl mezi nekonečnem, které už existuje, a nekonečnem, které se teprve teď tvoří. *Cette distinction est classique en philosophie et en théologie.* Je to klasické rozdělování ve filosofii i v teologii.

Skutečné a potenciální, možné.

Les paradoxes de l'infini seront repris ensuite par Bolzano et Wronski. Těmito paradoxy nekonečna se budou potom zabývat Bolzano a Wroński.

Zabývali, to on říká historicky, teď jsme u Galileiho.

Bolzano et Wronski ont beaucoup mélangé des considérations purement mathématiques à des considérations théologiques et même théosophiques parfois. Bolzano a Wroński trochu pletli matematické úvahy s úvahami teologickými a theosofickými. *Mais leurs réflexions ont fait quand même avancer les sciences mathématiques sur ce problème de l'infini.* Ale jejich reflexe matematické vědy přece jenom posunuly dál. *Le paradoxe a été retourné par Dedekind dans son ouvrage célèbre, Was sind und was sollen die Zahlen? Dedekind* vyvrátil paradox ve své známé knize *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Co jsou a co by měla být čísla. *Dedekind a retourné la difficulté de la manière suivante.*

Dedekind obrátil obtíž následujícím způsobem.

Jiný hlas: *La propriété qui distingue les objets finis des objets infinis*

Hejdánek: vlastnost, která rozlišuje konečné předměty od nekonečných,

Jiný hlas: *c'est que l'axiome d'Euclide que j'ai cité n'est valable que pour les objets finis*

Hejdánek: je v tom, že Eukleidův axiom, o kterém jsem už mluvil, platí jen pro konečné předměty

Jiný hlas: *et il est toujours violé pour les objets infinis.*

Hejdánek: a on nikdy neplatí pro nekonečné předměty.

Jiný hlas: *Et pour Dedekind, c'est cette propriété qui sert de frontière entre le fini et l'infini.*

Hejdánek: Pro Dedekinda platí právě tato vlastnost pro ohraničení konečných a nekonečných předmětů.

Jiný hlas: *Je décris maintenant ce que j'ai appelé la solution orthodoxe,*

Hejdánek: Popíšu teď to, co jsem nazýval ortodoxním řešením,

Jiný hlas: *tout au moins parmi les logiciens, les mathématiciens et les physiciens depuis cent ans environ.*

Hejdánek: aspoň toto řešení mezi logiky, matematiky a fyziky, a to platí už asi sto let.

Jiný hlas: *La solution orthodoxe passe par la théorie des ensembles de Cantor.*

Hejdánek: Ortodoxní řešení se zakládá na *la théorie des ensembles...* teorii...

Jiný hlas: *Théorie des ensembles.* Množení. Cantorova teorie množin. Množení. To jsou někdy ty ruské, ale ne vždycky.

Hejdánek: Množina a totalita, což se zatím považuje za totožné. Možná že lepší říkat ten název *univerzum množin*.

Jiný hlas: *Univerzum množin.* Když se mluví o *as-*, jako o všech množinách. *Les mots allemands sont en général Gesamtheit ou Menge ou Totalität.*

La notion d'ensemble bien entendu n'est qu'une nouvelle version de la notion de classe des logiciens les plus classiques.

Hejdánek: Pojem množin není než novou verzí klasických tříd.

Jiný hlas: *La différence de point de vue est la suivante.*

Hejdánek: Rozdíl ohledů je následující.

Jiný hlas: *Pour les logiciens classiques, la classe est donnée en tant que telle et préexiste au raisonnement.*

Hejdánek: Pro klasické logiky třída existuje předem a existuje sama o sobě a existuje už před úvahou.

Jiný hlas: *Pour Dedekind et ses successeurs, ce sont des objets que l'on peut manipuler et créer par les opérations mathématiques.*

Hejdánek: Pro Dedekinda a jeho nástupce to jsou předměty, kterými lze manipulovat a které lze vytvořit matematickými operacemi.

Jiný hlas: *Le point de vue de Dedekind n'est plus ontologique mais opératoire.*

Hejdánek: Stanovisko Dedekindovo už není ontologické, nýbrž operativní.

Jiný hlas: *On ne se pose plus de questions sur la nature des objets, on se donne simplement les règles pour les manipuler et les composer.*

Hejdánek: Už se nekladou otázky o povaze předmětů, dávají se pravidla, jak s nimi zacházet.

Jiný hlas: *Bon. On connaît le succès de ce point de vue qui a largement influencé le développement des mathématiques depuis un siècle.*

Hejdánek: Známe úspěch tohoto stanoviska, které silně ovlivnilo rozvoj matematiky v posledním století.

Jiný hlas: *Un de mes thèmes ce soir, c'est de vous convaincre que ce courant arrive à sa fin.*

Hejdánek: Jedním z mých dnešních témat je přesvědčit vás, že tento proud končí.

Jiný hlas: *Donc, Dedekind avait donné dans son ouvrage Was sind und was sollen die Zahlen, une version que l'on avait crue définitive de la théorie des nombres.*

Hejdánek: Dedekind podal ve svém díle *Was sind und was sollen die Zahlen* verzi, o které se myslelo, že je definitivní, o povaze čísla.

Jiný hlas: *Je résume les thèses principales.*

Hejdánek: Rezultuji hlavní teze.

Jiný hlas: *Les nombres sont des objets donnés de notre entendement.*

Hejdánek: Čísla jsou dané předměty našeho rozumu,

Jiný hlas: *qui existent simultanément*

Hejdánek: oni existují současně

Jiný hlas: *et que l'on peut considérer comme une totalité autonome.*

Hejdánek: a můžeme je považovat za samostatnou totalitu.

Jiný hlas: *Cette totalité peut être considérée comme un nouvel objet mathématique.*

Hejdánek: Můžeme potom považovat tuto totalitu za matematický předmět.

Jiný hlas: *Et il s'agit de reconstruire l'ensemble des mathématiques.*

Hejdánek: A jde o to znovu vybudovat celek matematiky

Jiný hlas: *à partir de ces données de l'entendement.*

Jiný hlas: na základě těchto daností rozumu nebo dat rozumu, chápání,

Jiný hlas: *par les opérations admises de la logique et de l'entendement.*

Hejdánek: a to pomocí přijatých operací rozumu

Jiný hlas: *de la raison et de l'entendement... et intelligence.*

Jiný hlas: a intelligence.

Jiný hlas: *J'ai qualifié ce point de vue d'opératoire.*

Hejdánek: Řekl jsem, že toto stanovisko je operativní.

Jiný hlas: *Mais il ne fonctionne que si l'on admet comme légitimes des infinis actuels.*

Hejdánek: Ale funguje jediný v případě, když budeme považovat jako legitimní aktuální nekonečno.

Jiný hlas: Považovat čísla jako všechny skutečněné naráz, aktuálně.

Jiný hlas: *Conformément à ce qu'avait recommandé Kronecker...*

Hejdánek: V souladu s tím, co doporučil Kronecker...

Jiný hlas: *Sur cette notion simple, on peut échafauder toutes les mathématiques.*

Hejdánek: na základě tohoto jednoduchého pojmu můžeme vybudovat matematiku celou.

Jiný hlas: *Et sur la notion primitive de nombre naturel 1, 2, 3 on peut construire toutes les autres espèces de nombres.*

Hejdánek: A podle pojmu přirozených čísel můžeme potom vybudovat všechny jiné druhy čísel, vytvořit.

Jiný hlas: *Les détails de cette construction font partie aujourd'hui de l'enseignement élémentaire et moins élémentaire des mathématiques.*

Hejdánek: Podrobnosti toho, jak se to vybuduje, patří už k základní výuce matematiky,

Jiný hlas: základní a méně základní.

Jiný hlas: *J'ai consulté le manuel de septième année des écoles tchèques et on construit les fractions de selon ce schéma recommandé par Dedekind.*

Hejdánek: Podíval jsem se do učebnice matematiky sedmé třídy tady v Československu a rovnice jsou pojímány podle toho, co doporučoval Dedekind.

Jiný hlas: Já myslím, že ne rovnice, ale že tam byly zlomky.

Hejdánek: Aha, pardon, *fractions*.

Jiný hlas: *Et dans les... la première year d'université dans le monde entier, on enseigne la à construire tous les nombres décimaux par cette manière.*

Hejdánek: No a v prvním ročníku na každé fakultě ve světě se vyučují desetinný...

Jiný hlas: *ou réels, on dit réels.*

Jiný hlas: ...desetinné zlomky nebo reálný čísla, se říká.

Jiný hlas: *Les nombres de la physique disons.*

Jiný hlas: No.

Jiný hlas: *Les deux difficultés épistémologiques sont les suivantes.*

Hejdánek: Jsou dvě epistemologické obtíže ty následující.

Jiný hlas: *La première a été déjà mentionnée par Poincaré.*

Hejdánek: První byla už uvedena Poincarém.

Jiný hlas: *Pour définir un nombre isolé...*

Hejdánek: Aby se definovalo jedno izolované číslo,

Jiný hlas: *tel que par exemple le fameux nombre Pi qui mesure la la taille du cercle... qui mesure la longueur du cercle.*

Hejdánek: jako je číslo π , které měří délku kruhu...

Jiný hlas: *Il faut supposer pré-existante toute une totalité d'autres nombres.*

Hejdánek: musí se předpokládat celá totalita jiných čísel.

Jiný hlas: *Et les définitions sont ce que Poincaré a appelées non-prédicatives...*

Hejdánek: A definice jsou nepredikativní, jak to nazýval Poincaré.

Jiný hlas: *À savoir un objet d'une certaine classe ne peut être défini que par référence à la classe tout entière.*

Hejdánek: Což znamená, že předmět určité třídy se může definovat jenom podle celé třídy, do které patří.

Jiný hlas: *Ce qui est contraire au... ce qui est opposé au point de vue génétique.*

Hejdánek: A je to v protikladu s genetickým stanoviskem.

Jiný hlas: *À savoir qu'une classe n'existe que quand on peut construire tous ses objets.*

Hejdánek: A to... to je, že jedna třída existuje teprve, když se můžou vytvořit všechny její předměty, existují už a teprve potom třída.

Jiný hlas: *Et c'est je crois un des grands tournant... c'est je crois une des grandes articulations de la science mathématique contemporaine.*

Hejdánek: A je to jeden z největších zlomů současné matematické vědy.

Jiný hlas: *Depuis environ 50 ans...*

Hejdánek: V posledních padesáti letech,

Jiný hlas: *Depuis environ 50 ans on a admis le point de vue non-prédicatif.*

Hejdánek: už padesát let se přijímá nepredikativní pojem.

Jiný hlas: *Et les mathématiciens ont développé une grande habileté dans l'utilisation de tels arguments.*

Hejdánek: A matematici rozvinuli velkou šikovnost v manipulování takových...

Jiný hlas: *arguments.*

Jiný hlas: ...argumentů.

Jiný hlas: *On peut voir apparaître le tournant il y a environ vingt ans.*

Hejdánek: Obrat, určitý obrat se objevil asi před dvaceti lety

Jiný hlas: *et en particulier sous l'influence du développement des ordinateurs.*

Hejdánek: a zvlášť pod vlivem rozvoje počítačů,

Jiný hlas: *on est revenu à un point de vue plus génétique.*

Hejdánek: jsme se vrátili k více genetickému stanovisku.

Jiný hlas: *Je parlerai de cela plus tard.*

Hejdánek: O tom se ještě zmíním později.

Jiný hlas: *La deuxième limitation du point de vue orthodoxe, c'est qu'elle fournit une vue statique des nombres.*

Hejdánek: Druhé omezení tohoto ortodoxního řešení je v tom, že podává statický pohled na čísla.

Jiný hlas: *En particulier dans les sciences naturelles, la notion de comportement limite est très importante.*

Hejdánek: Zvlášť v přírodních vědách je pojem *comportement limite*, *comportement* je chování, *limite* je hranice, limitní chování velmi důležité.

Jiný hlas: *C'est très fréquemment que l'on rencontre des situations où certains objets varient et où l'on s'intéresse à ce qui arrive au bout de l'évolution...*

Hejdánek: Velmi často jsou situace, ve kterých předmět se mění a my se zajímáme o to, co se stane na konci tohoto rozvoje, vývoje spíše.

Jiný hlas: *Mais le paradoxe de la variation continue, le paradoxe de la limite est le suivant : c'est que tant que le mouvement n'est pas arrêté, l'objet reste d'une certaine qualité, et dès qu'on est arrivé au-delà du mouvement, il y a un changement qualitatif important.*

Hejdánek: Ale paradox hranice, zase toto limitní chování, limity, je následující, že dokud pohyb nepřestal, nedošel, předmět má určitou vlastnost nebo kvalitu, a jakmile jsme po pohybu, nastane důležitá kvalitativní změna.

Jiný hlas: *On ne peut pas saisir le moment où ce changement s'est fait, et pourtant ce changement s'est fait à la fois par degrés et brutalement dans l'évolution qui a précédé la limite.*

Hejdánek: Nemůžeme zachytit okamžik, ve kterém se tato změna stala, a přitom tato změna se děla náhle a i postupně ve vývoji, který předcházela hranici.

Jiný hlas: *Ce que je dis n'est qu'une paraphrase des arguments entre Wallace et Newton sur les fluxions de Newton.*

Hejdánek: Toto je pouhá parafráze toho, co si říkali Newton s Wallisem o fluxích u Newtona.

Jiný hlas: [nesrozumitelné]

Dans le point de vue orthodoxe que je décris, on évite ce genre de difficultés. La notion de limite n'existe plus en elle-même, mais on en fait une caricature mathématique qui en garde les principales caractéristiques de la limite.

Hejdánek: V ortodoxním řešení, o kterém mluvím, se vyhýbáme takovým obtížím. Pojem hranice neexistuje už sám v sobě, o sobě, ale dělá se z toho matematická karikatura, která zachová hlavní charakteristiky hranice, limity lépe.

Jiný hlas: *Bon, pour résumer, dans la vue orthodoxe, les objets mathématiques préexistent indépendamment les uns des autres sans possibilité de se transformer continûment l'un dans l'autre.*

Hejdánek: Abych to rezumoval, v ortodoxním stanovisku existují matematické předměty předem, nezávisle jeden na druhém, a neexistuje možnost, aby se měnily spojitě a postupně.

Jiný hlas: *Ne serait-ce pas mieux d'employer néoplatonicien plutôt que orthodoxe? Oui, bien sûr. Je dis orthodoxe parce que c'est celui qui l'emporte dans la pratique des mathématiques depuis une cinquantaine d'années. Philosophiquement c'est le point de vue néoplatonicien.*

Hejdánek: Používá tento termín, protože ten se nejvíce rozšířil v posledních padesáti letech v matematice.

Jiný hlas: Ano. Filosoficky v posledním století tahleto koncepce předtím vlastně nebyla, to je až vlastně od Cantorovy teorie množin návrat k tomu, k existenci předmětů předem.

Jiný hlas: *Oui, effectivement ça date de cent dernières années qu'avant il n'y avait pas cela. Je dis que c'est le point de vue orthodoxe parce que c'est celui qui s'est imposé implicitement ou explicitement dans la pratique des mathématiques et dans l'enseignement.*

Hejdánek: Používá tento termín, protože on se prosadil implicitně i explicitně v praxi i ve výuce matematiky jako ortodoxní stanovisko. Chce vysvětlit též, že dneska je cítit nebo vidět spíš obrat v matematice.

Jiný hlas: *Je viens à ma troisième partie : le défi de la physique. Une notion très importante pour le physicien et l'ingénieur est celle de l'ordre de grandeur.*

Hejdánek: Ted' je třetí část, výzva fyziky. Pro inženýra a fyzika je velmi důležitý pojem řádu velikosti. Řád, to bude asi... Jak se to říká slovensky? To bude asi v různém řádu.

Jiný hlas: *Ordre de grandeur.*

Hejdánek: Úrovně, ne? No, ale říká se tomu řády. Veličina toho řádu. Takže je o tom přesvědčen. Řád velikosti, uvidíme dál.

Jiný hlas: *Oui. Il est essentiel pour lui de distinguer ce qui est important et permanent et ce que l'on peut et doit négliger.*

Je pro fyzika tedy a inženýra podstatné rozlišovat to, co je důležité a stálé, od toho, co se musí zanedbat.
Hejdánek: Zanedbat, správně.

Jiný hlas: *Pourtant dans l'exposition mathématique usuelle, il n'y a aucune notion semblable.*

A přesto ve vizuální matematické expozici, *présentation*, neexistují stejné figury.

Qu'est-ce que vous avez dit? Je crois que j'ai dit une bêtise. Il n'y a pas dans les mathématiques telles qu'on les présente d'habitude quelque chose qui ressemble aux ordres de grandeur.

Něco, co by připomnělo řády velikosti.

Hejdánek: Úroveň, on má na mysli veličiny různých řádů, jako v Laplaceově systému.

Jiný hlas: *Qu'est-ce que vous entendez exactement par ordre de grandeur? Je vais l'expliquer. Je vais donner des exemples. Échelle de grandeur, échelle.*

Hejdánek: Ty škály, u nás je to v matematice, v té klasické... [nesrozumitelné].

Jiný hlas: *Ce sont les différences dans les niveaux. C'est ça, dans les niveaux. Niveau hiérarchique. C'est ce que je vais illustrer.*

Hejdánek: Jde o to srovnat ty věci na různé úrovni, úrovně jsou nesouměřitelné, o to prý v inženýrství jde a to v matematice není.

Jiný hlas: *Notre vue du monde est pour l'essentiel aujourd'hui...*

--- (1987-09-14 Pierre Cartier - Nekonečno a konečno (1) [LVH184VA]_Kaz b_cleaned.flac) ---

Jiný hlas: Auguste Comte. Základany, založen, na Comtovi.

Nous sommes aujourd'hui familiers avec les niveaux d'organisation de la représentation du monde.

Dnes nám už nejsou cizí roviny organizace reprezentací světa. Organizace na úrovni, ale čeho?

Reprezentací světa. Ano, to je ono.

We are all familiar with the representation of the world which is given, which is the standard one given by physicists, which is hierarchical.

Hierarchická reprezentace světa. Různé úrovně velikosti. *Magnitudes*. Různé úrovně rozsahu bez specifické definice toho, co to ten rozsah je. Ano, to je pravda. Není tam žádný řád. Rozlišování mezi malým a velkým. Kvalitativní rozdíl mezi malým a velkým a ne ten přesný rozdíl.

Hejdánek: To je to rozlišování úrovní ve fyzice, o rozlišování úrovní detailnosti nebo podrobnosti nebo velikosti, které mohou být od hrubé, jemné, ještě jemné až někam do těch částic v atomě. A přitom není nikde definováno, co je to jako ta úroveň, že jo. To není pojem, to není definováno.

Jiný hlas: *Je répète les niveaux que nous connaissons tous dans notre représentation du monde. Le plus élémentaire, c'est l'atome. On sait que ces atomes s'organisent en molécules. Les molécules constituent à leur tour les macromolécules de la biologie. Au niveau supérieur, nous avons les cellules, puis les êtres vivants autonomes. Puis nous avons l'échelle de notre monde terrestre et ensuite plusieurs échelles qui montent dans le cosmos : le système solaire, la galaxie, etc.*

Opakuju úrovně, které všichni známe v naší reprezentaci světa. Nejzákladnější je atom. Víme, že se ty atomy potom organizují v molekuly. Molekuly se tak konstituují v makromolekuly biologické. Na vyšší úrovni máme buňky, pak samostatné živé bytosti. Pak máme žebříček našeho pozemského světa a pak několik dalších žebříčků až do kosmu. Solární systém, galaxie atd. Univerza, galaxie a tak dále.

L'idée fondamentale d'Auguste Comte est que si l'on prend deux niveaux successifs de cette organisation, les objets du niveau inférieur sont des atomes pour le niveau immédiatement supérieur et inversement, chaque objet du niveau supérieur peut être conçu comme une totalité d'objets pris dans le niveau inférieur.

Základní myšlenka Augusta Comta spočívá v tom, že když bereme dvě následující roviny této organizace světa, tak předměty nižší úrovně tvoří atomy pro vyšší rovinu a opačně. Každý předmět vyšší úrovně může být považován jako celek předmětů vzatých v nižším stupni.

Et l'on sait que la causalité à un niveau donné est créée par une double tension.

A víme, že kauzalita v určitém stupni je vytvořena dvěma... napětí. *Tensions*. Napětí. Ano, napětí.

Hejdánek: Vidíme ve smyslu vědy, tenze, teda kauzalita, tenze a taková...

Jiný hlas: *Premièrement, le réductionnisme. Les lois d'un niveau déterminé sont entièrement définies par les lois au niveau inférieur.*

První to napětí je redukcionismus a to znamená, že zákony vyššího stupně jsou určeny skrze zákony nižšího stupně. To jako zákonama atomů je určeno, jak vypadá molekula.

Et un matérialisme trop primitif tend à confondre toutes ces échelles et à dire que l'explication de tous les phénomènes est contenue dans la théorie mécanique du niveau le plus inférieur.

To druhý napětí bude asi...

Hejdánek: Asi sklon, jak on vykládá tento druhý sklon nebo tendenci.

Jiný hlas: ...příliš primitivní materialismus. Dělá, že tyto žebříčky různé jsou pleteny. A pak se říká, že vysvětlení všech fenoménů je obsaženo v mechanické teorii úrovně nejnižší.

Bon, pourtant nous savons qu'Auguste Comte lui-même a pris en compte dans sa sociologie l'influence des foules sur les individus et a fort bien perçu l'existence de phénomènes autonomes au groupe social. Přitom víme, že sám Auguste Comte počítal ve své sociologii s vlivem mas na individua a dobře viděl a pochopil existenci fenoménů autonomních k sociální skupině.

Hejdánek: Tlak na jednotlivce zpětně, jo? To jsem měl na mysli. Nejenom, že ty zdola dělají ten celek, ale že i ten celek zase dělá na ty jednotlivé členy.

Jiný hlas: *Je vous renvoie aussi à la discussion classique de Socrate dans... c'est dans quoi ? Quand il est en prison... dans le... déjà après le procès. Phédon, c'est dans le Phédon. Je l'ai lu autrefois. Où il discute de sa volonté qui lui permet de déplacer le doigt et disant que ce qui se passe à l'intérieur du doigt... le mouvement du doigt est déterminé par les lois physiques de ce qui est interne au doigt, mais aussi par la loi externe de sa volonté.*

Odkazuji vás také na klasickou diskusi Sokrata ve vězení, v čem to bylo? Už po soudu. *Faidón*, je to ve *Faidónu*. Četl jsem to kdysi. Kde diskutuje o své vůli, která mu umožňuje hýbat prstem. A že pohyb prstu je určen nejen vnitřními fyzickými zákony těla, jako těla...

Jiný hlas: Ale je určen i jeho vnitřním... takhle, abych se vyjádřil, limity, nejen ty zákony těch atomů, ale i moje vůle může s tím prstem pohnout a tím pádem ty zákony vlastně ovlivnit, pozměnit.

Jiný hlas: *Si je ne me trompe, c'est bien dans le Phédon qu'il y a cette discussion. Bon. Pour revenir à la, pour revenir aux sciences naturelles, il y a de nombreux exemples de transitions très brusques.*

Jiný hlas: Mám dojem, že právě ve *Faidónu* je tato diskuse. Obraťme se k přírodním vědám. Je spousta příkladů velmi náhlých přechodů.

Jiný hlas: *Je prends un exemple. Les astronomes admettent aujourd'hui la théorie suivante pour l'origine du soleil.*

Jiný hlas: Dám vám jeden příklad. Astronomové dnes přijímají následující teorii o vzniku Slunce.

Jiný hlas: *À l'origine, il y avait un grand nuage de gaz, d'hydrogène, sous forme d'une lentille très plate, dont l'étendue était plus de cent fois la distance entre le soleil et la terre.*

Jiný hlas: Původně existoval veliký mrak plynů, vodíku, který byl... bylo to takový placatý mrak, rovinný. A tento mrak měl rozměr stokrát větší než vzdálenost Země ke Slunci.

Jiný hlas: *Un tel système peut être stable pendant un milliard d'années, et se condenser en quelques mois en une boule de la taille du soleil ou un peu plus grande.*

Jiný hlas: Takový systém se může udržovat, může být stabilní jednu miliardu let a během několika měsíců se mění tento původní mrak v kouli, která má rozměr Slunce a může být i o něco větší.

Jiný hlas: *C'est seulement un exemple, à l'échelle cosmique quelques mètres c'est un instant.*

Jiný hlas: Je to příklad, jak v kosmickém měřítku těch několik měsíců se rovná okamžiku.

Jiný hlas: *Il y a de nombreux autres exemples. Par exemple ce qui se passe quand l'eau se transforme en glace, ou au contraire quand l'eau s'évapore en gaz, en vapeur.*

Jiný hlas: Je spousta jiných příkladů. Například to, co se děje, když se voda mění v led, nebo naopak, když se voda vypařuje.

Jiný hlas: *Dans tous ces cas, l'important est qu'on puisse distinguer ce qui est bref de ce qui est long, ce*

qui est petit de ce qui est grand, même si l'on ne peut pas donner une borne chiffrée à cette différence.

Jiný hlas: Ve všech těchto případech je důležitost, že můžeme rozlišovat to, co je krátké, od toho, co je dlouhé. To, co je malé, od toho, co je velké. I když nemůžeme poskytnout číselnou mez tohoto rozdílu, přesnou mez toho malého a velkého.

Jiný hlas: *Le mathématicien n'a pas de catégorie qui représente ces faits.*

Jiný hlas: Matematik nemá kategorie, které by představovaly tyto fakty.

Jiný hlas: *On enseigne par exemple aux enfants qu'il est légitime de dire que quelque chose est plus grand qu'autre chose, mais qu'il n'existe pas quelque chose qui est grand en lui-même ou petit en lui-même.*

Jiný hlas: Vyučuje se třeba děti, že je legitimní říkat, že je něco větší než něco jiného, ale že neexistuje nic, co by bylo jako samo v sobě velké nebo malé.

Jiný hlas: *Pourtant, il y a toute une dialectique élaborée de ces rapports, grand en soi, petit en soi.*

Jiný hlas: A přitom existuje zpracovaná dialektika vztahů mezi tím, co je velké a co je malé v sobě.

Jiný hlas: *Je ne vais pas faire ici l'analyse du langage commun qui montrerait un usage approfondi de ces catégories, mais à un niveau plus élaboré de discours, le raisonnement typique des sciences naturelles exactes utilise de manière fréquente de telles catégories.*

Jiný hlas: Nebudu tady analyzovat běžný jazyk nebo běžnou řeč, tato analýza by určitě ukázala hluboké použití těchto kategorií. Ale ve více vypracovaném jazyku, typická argumentace přírodních a exaktních věd používá běžně takovéto kategorie. To velké a malé.

Jiný hlas: *Ici aussi, le mathématicien ne peut offrir qu'une caricature, ou un argument très détourné.*

Jiný hlas: A i v této oblasti nemůže matematik poskytnout nic než karikaturu anebo velmi zkroucený argument.

Jiný hlas: *Je dis maintenant quelques mots sur les développements les plus récents de la physique fondamentale.*

Jiný hlas: Řeknu vám pár slov o nejnovějším rozvoji fundamentální fyziky.

Jiný hlas: *Premièrement, il ne semble pas y avoir de fin au système hiérarchique que j'ai décrit tout à l'heure.*

Jiný hlas: Zprv se zdá se, že není konec hierarchického systému, který jsem před chvílí popsal.

Jiný hlas: *Les astronomes ont étudié d'abord les galaxies, puis les amas de galaxies, puis maintenant les super amas de galaxies. Et nous n'apercevons pas les bornes du monde créé.*

Jiný hlas: Astronomové studovali nejdříve galaxie, pak konglomeráty galaxií a teď superkonglomeráty galaxií a nespatříme ještě hranice, meze tvořeného světa.

Jiný hlas: *Si nous descendons dans l'infiniment petit, les Grecs ont défini l'atome comme l'unité indivisible, insécable.*

Jiný hlas: Když sestupujeme do nekonečně malého, Řekové definovali atom jako nedělitelnou jednotku, *ce que le nom lui-même indique : atomos.*

Jiný hlas: Což to slovo *atomos* znamená právě, že je to nedělitelné, bez díla, bez dílů.

Jiný hlas: *Quand la théorie atomique a été acceptée au début de ce siècle, on s'est rapidement aperçu que les atomes avaient une structure en eux-mêmes.*

Jiný hlas: Když byla na začátku tohoto století přijata teorie atomu, zjistilo se brzy, že atomy mají strukturu uvnitř, vnitřní strukturu.

Jiný hlas: *Et qu'ils n'étaient pas les monades de Leibniz qui n'existaient que par relation aux autres monades.*

Jiný hlas: A že nejsou Leibnizovými monádami, které existovaly jedině ve vztahu k jiným monádám.

Jiný hlas: A Leibnizovy monády neměly vnitřní strukturu? Prosím? Že Leibnizovy monády měly vnitřní strukturu?

Jiný hlas: *Il dit que les monades de Leibniz avaient une structure interne.*

Jiný hlas: *Oui.*

Jiný hlas: *Bon, va disons les atomes sans structure qui n'existent que par relation... les atomes de*

Démocrite, alors les atomes étaient tout à fait homogènes.

Jiný hlas: Takže u Demokrita byly atomy zcela homogenní.

Jiný hlas: *Je ne vous referai pas l'exposé des théories de Niels Bohr sur la structure interne des atomes, qui est de mieux en mieux connue et de mieux en mieux confirmée.*

Jiný hlas: Já vám už nepředstavím teorie Nielse Bohra o vnitřní struktuře atomů. Tato teorie je čím dál tím víc známá a čím dál tím víc potvrzena.

Jiný hlas: *Mais le noyau de Bohr qui était d'abord conçu comme une entité homogène a dû être considéré comme de plus en plus complexe, et l'on distingue au moins deux ou trois niveaux d'organisation successive à l'intérieur de l'atome.*

Jiný hlas: Ale Bohrovo jádro, které se nejdříve pojalo jako homogenní celek, se muselo začít považovat za čím dál složitější, komplexnější. A rozlišujeme aspoň dvě nebo tři roviny organizace uvnitř atomu.

Jiný hlas: *Ce que les physiciens appelaient des particules élémentaires en 1950 et qui composaient le noyau de l'atome sont aujourd'hui considérées comme des systèmes complexes.*

Jiný hlas: To, co v padesátých letech fyzikové nazvali elementárními částicemi a které tvořily jádro atomu, se dnes považuje za komplexní systémy.

Jiný hlas: *Actuellement, les unités de base sont appelées les quarks et les électrons.*

Jiný hlas: Dnes jsou elementární částice nazývány kvarky a elektrony.

Jiný hlas: *Mais il est probable qu'on leur trouvera à leur tour des structures internes.*

Jiný hlas: Ale pravděpodobně i u nich najdeme potom vnitřní strukturu.

Jiný hlas: *Bon, ceci remet en cause un des postulats de Cantor et Dedekind qu'une totalité, qu'un objet mathématique est toujours une totalité composée d'unités préexistantes.*

Jiný hlas: Toto zpochybňuje jeden z postulátů Dedekinda a Cantora, to, že matematický předmět je vždycky celek složený z jednotek, které existují před ním.

Jiný hlas: *Ce qui n'est compatible qu'avec une structure à deux niveaux successifs.*

Jiný hlas: Což se slučuje jedině se strukturou dvou úrovní.

Jiný hlas: *Et en particulier, les méthodes des mathématiciens ne permettent pas la descente infinie vers l'infiniment petit.*

Jiný hlas: A metody matematiků neumožňují nekonečný sestup do nekonečně malého.

Jiný hlas: *C'est donc un des défis de la physique.*

Jiný hlas: V tom je tedy jedna z výzev fyziky.

Jiný hlas: *Je mentionne aussi brièvement une autre difficulté.*

Jiný hlas: Uvedu také krátce další obtíž.

Jiný hlas: *Les physiciens nous ont donné une vue atomique de l'univers, même si l'unité fondamentale a plusieurs fois changé de niveau.*

Jiný hlas: Fyzikové nám podávali atomický pohled na universum nebo na svět, i když základní jednotka často změnila rovinu.

Jiný hlas: *L'atome a été résolu en le noyau et les électrons, le noyau a été résolu en les neutrons et les protons, et ceux-ci sont maintenant considérés comme composés de quarks.*

Jiný hlas: Atom se rozdělil na jádro a elektrony, jádro se rozdělilo na neutrony a protony a tyto se zase rozdělily na kvarky.

Jiný hlas: *Mais au niveau fondamental, la vue des physiciens est que le monde est fait de particules élémentaires d'une certaine espèce.*

Jiný hlas: Ale v základní rovině fyzikové pohlíží na svět jako na složený z částic, z elementárních částic.

Jiný hlas: *Ce qui engendre une nouvelle tension, que je résume ainsi.*

Jiný hlas: Z čehož se rodí nová tendence, kterou takto shrnu.

Jiný hlas: *La matière est faite de pièces élémentaires, que ce soit les atomes, les noyaux ou les quarks. C'est la première thèse.*

Jiný hlas: Hmota je složena z elementárních částic, ať to jsou atomy, jádra nebo kvarky. Je to první teze.

Jiný hlas: *La deuxième thèse : le champ d'action de la matière, c'est l'espace et le temps, dont les mathématiciens et les physiciens donnent une description géométrique.*

Jiný hlas: Druhá teze: akční pole hmoty je prostor a čas, o kterém fyzikové a matematické podávají geometrickou definici.

Jiný hlas: Resp. které definují geometricky.

Troisième thèse maintenant.

Třetí teze je:

Le temps et l'espace sont continus.

že čas a prostor jsou kontinuální,

et contrairement aux vues de Pythagore, il n'y a pas d'atomes de temps ou d'espace.

a v rozporu s Pythagorovým názorem nejsou asi zvláštní atomy pro prostor a čas.

Maintenant la quatrième thèse.

A teď čtvrtá teze.

L'espace et le temps géométriques, conformément aux vues de Mach, Ernst Mach, sont engendrés par la matière qu'ils habitent.

Prostor a čas geometrické v souladu s pohledem Ernst Macha, Ernst Macha, jsou tvořeni hmotou, kterou obývají, která v nich je.

Même s'il ne faut pas prendre trop littéralement les thèses de Ernst Mach, la quatrième thèse est un élément essentiel de notre compréhension du monde.

I když nelze brát Machovy teze úplně doslova, tato čtvrtá teze je základním prvkem našeho pochopení světa.

Je vous ai promis un abrégé d'histoire des infiniment petits.

Slíbil jsem vám stručnou historii nekonečně malých.

Ceux-ci ont été introduits par Cavalieri, tout au moins dans la culture occidentale, puisqu'on en trouve des traces par exemple dans la mathématique chinoise chez un auteur comme Liu Hui, au troisième siècle, L-I-U H-U-I.

Byli uvedeni Cavalierim, a to alespoň v západní kultuře, ale nacházíme stopy u těchto malých v čínské matematice u autora Liu Huiho ve třetím století.

Et il y a le nom chinois est Wei qui signifie subtil, léger. Ce mot chinois rend bien l'idée fondamentale de l'infiniment petit. C'est ce qui peut s'évaporer, disparaître comme une fumée ou une vapeur.

A čínské jméno na to je wei, které znamená subtilní, lehký. Toto čínské slovo dobře vystihuje podstatu nekonečně malého. Je to to, co se může rozpařit, zmizet jako kouř nebo pára.

Pascal lui aussi emploiera les infiniment petits dans ses travaux physiques et mathématiques. Mais il prend la précaution d'avertir qu'il ne les mentionnera pas dans son travail écrit. Il affirme qu'il raisonnera à la manière des anciens, en latin more geometrico.

Pascal používá také nekonečně malé ve svých fyzikálních a matematických pracích. Ale je opatrný a říká, že je neuvede ve svých psaných dílech. Tvrdí, že bude uvažovat po způsobu starých, v latině *more geometrico*, geometrickým způsobem.

Jiný hlas: Nezasloužilo by se o tom neříct něco o Archimédovi?

Jiný hlas: *C'est exact, c'est exact. On trouve chez Archimède la même dualité. On sait par le travail retrouvé sur la méthode d'Archimède comment il utilisait les infiniment petits de manière heuristique.*

Máte pravdu. Najdeme u Archiméda stejnou dualitu. Víme podle práce, která se našla o metodě Archimédově, že používal nekonečně malé heuristicky.

Jiný hlas: To je zřejmě ten důvod, proč začíná až po Pascalovi.

Jiný hlas: *J'aurais dû commencer par Archimède. Pascal est le disciple direct d'Archimède et toute son œuvre scientifique est basée sur une lecture approfondie d'Archimède. Mais Archimède aussi distingue les infiniment petits pour la méthode heuristique et la méthode d'exposition more geometrico.*

Říká, že měl začít tím Archimédem. Pascal je přímým žákem Archiméda a celé jeho vědecké dílo se

zakládá na hlubší četbě *Archiméda*. A *Archimédes* také rozlišuje nekonečně malé pro heuristickou metodu a pak geometrickou expozici.

Jiný hlas: Takhle *Archimédes* to, co dokázal těma nekonečně malýma, tak k tomu dal poznámku, že to předkládá geometrům, aby posoudili, zda je to tak v pořádku. Taky to šlo tou cestou heuristickou.

Jiný hlas: *On connaît bien l'opposition des méthodes de Leibniz et de Newton que je pourrais résumer rapidement de la manière suivante. Newton a une vision dynamique de la limite.*

Známe dobře opozici *Leibnizových* a *Newtonových* metod, které můžu teď krátce shrnout. *Newton* má dynamický pohled na limitu.

Jiný hlas: Kterou jsem před chvílí diskutoval v filosofičtěších termínech. Pro *Leibnize* existují současně nekonečně malá čísla.

Pour Newton, l'infiniment petit n'existe qu'en devenant, in statu nascendi.

Podle *Newtona* nekonečně malé existuje jen v stávání, *in statu nascendi*, když se to stává, když se to rodí, nikoliv tedy, že by to bylo dáno.

Pour Leibniz, tout au moins dans certains de ses écrits, ils existent en soi, mais on peut leur attribuer les mêmes propriétés qu'aux nombres ordinaires.

Pro *Leibnize*, aspoň v některých jeho dílech, spisech, existují ta nekonečně malá čísla o sobě, a můžeme jim přisoudit stejné vlastnosti jako obyčejným číslům.

L'étape suivante a été faite par l'encyclopédiste d'Alembert, qui explique que ce dont la seule chose dont les mathématiciens ont besoin, c'est la limite.

Další etapu vytvořil encyklopedista *d'Alembert*. *d'Alembert* vysvětluje, že jediná věc, kterou matematici potřebují, je limita.

Conformément d'ailleurs aux thèses philosophiques habituelles de d'Alembert, il refuse le débat ontologique et résout la tension entre Leibniz et Newton en refusant le débat sur la nature de la limite.

A to v souladu s filosofickými tezemi *d'Alemberta*. Odmítá ontologickou debatu a řeší napětí mezi *Leibnizem* a *Newtonem* tím, že odmítá diskusi o podstatě limity.

Malgré certaines limitations de sa technique, le point de vue qu'il propose est un point de vue opératoire.

I přes určité omezení jeho techniky je jeho stanovisko, nebo stanovisko, které nabízí, operativní.

C'est en gros la voie qui a été suivie par le développement des mathématiques au 19e siècle.

A je to zhruba cesta, kterou šla matematika v 19. století.

Hejdánek: Tady jsem se potkal s tím, že to opravil už *d'Alembert*. Všeobecně se má za to, že to byl až *Cauchy*. Takže vy tady tvrdíte, že to byl již *d'Alembert*? Všeobecně se mluví o tom, že to byl *Cauchy*.

Jiný hlas: *Cauchy, Cauchy, oui, oui bien sûr, mais en général on parle de Cauchy et pas de d'Alembert.*

D'Alembert, je répète, sous une autre forme, d'Alembert avait formulé un programme philosophique et mathématique qu'il n'a pas pu mener à bout lui-même, et c'est Cauchy qui réalisera ce programme environ cinquante années plus tard.

Ano, samozřejmě, ale v obecnosti se mluví o *Cauchym* a ne o *d'Alembertovi*. *d'Alembert*, opakuji, jinou formou, jiným způsobem, *d'Alembert* zformuloval filosofický a matematický program, který sám nemohl dovést do konce, a tento program uskuteční spíš *Cauchy* asi o padesát let později.

Hejdánek: Jestli byste mohl dát nějakou citaci na toho *d'Alemberta*, to by mě zajímalo, kde asi tak by se to mohlo hledat.

Jiný hlas: *Est-ce que vous pourriez indiquer à peu près à quel endroit on pourrait trouver quelque chose à ce sujet chez d'Alembert?*

On vient de réimprimer les articles mathématiques de l'encyclopédie, qui sont presque tous écrits par d'Alembert. J'ai la référence dans ce que je vous ai donné là, la revue... vous pourrez trouver la référence quelque part là-dedans. Bon, je ne sais plus exactement où, mais je l'ai vu là-dedans. C'est dans une publicité.

A teď bylo nové vydání matematických článků z *Encyklopedie*, které jsou skoro všechny napsány *d'Alembertem*. Mám referenci v tom, co jsem vám dal, ten časopis, tam můžete najít tu referenci někde v

tom. Nevím už přesně kde, ale viděl jsem to v tom. Je to v reklamě na tu *Encyklopedii*.

Hejdánek: Děkuju.

Jiný hlas: *On pourra vous les faire parvenir si vous le souhaitez.*

Můžeme vám to poslat, jestli si to budete přát.

Hejdánek: Tak to aspoň pošlete. To by bylo samozřejmě velmi užitečné.

Jiný hlas: *À la fin du 18e siècle, l'auteur qui a résumé les divers points de vue en présence est Lazare Carnot.*

Na konci 18. století Lazare Carnot shrnul všechna různá stanoviska o tomto tématu.

Comme je l'ai dit dans un cours récent que j'ai fait au Chili, il n'est pas fréquent qu'un membre de la junte publie un ouvrage de mathématiques approfondi.

A jak jsem to říkal nedávno, když jsem přednášel v Chile, není často vídat člena junty, jak píše učený článek o matematice.

Et pourtant, Lazare Carnot était l'un des cinq directeurs de la France à cette époque.

A přesto byl Carnot jeden z pěti ředitelů, direktorů spíš, Francie v této době. To je vtip, že on byl tím diktátorem svým způsobem, Carnot, a on teď přednášel v Chile a tam se takový vtip řekl, že ne často teda...

L'ouvrage de Carnot s'appelle la Métaphysique du calcul infinitésimal. Il est publié en 1797, à l'époque où Carnot était l'un des cinq directeurs, et juste avant le moment de sa chute politique.

Dílo Carnota se jmenuje *Metafyzika infinitezimálního počtu*. Bylo vydáno v roce 1797 v době, kdy byl Carnot jeden z těch pěti direktorů, a těsně před momentem jeho politického pádu.

Jiný hlas: *Au moment où Bonaparte a pris le pouvoir.*

Jiný hlas: V době, kdy se Bonaparte ujal moci.

Jiný hlas: *Je ne peux que recommander la lecture de cet ouvrage qui fut très connu au début du XIXe siècle. Il avait été traduit en quinze ou vingt langues, ou peut-être cinq, plusieurs langues, disons, et il a eu beaucoup d'éditions.*

Jiný hlas: Doporučuji vám toto dílo, které bylo na začátku 19. století velmi známé. Bylo přeloženo do několika jazyků a mělo hodně vydání.

Jiný hlas: *C'est le dernier essai d'exposer de manière cohérente les idées de Leibniz.*

Jiný hlas: Je to poslední pokus vyložit koherentně Leibnizovy myšlenky.

Jiný hlas: *Il fut ensuite éclipsé par Cauchy et ses successeurs,*

Jiný hlas: pak byl zastíněn Cauchym a jeho nástupci,

Jiný hlas: *en particulier l'école allemande: Weierstrass, Kronecker, Dedekind.*

Jiný hlas: a zvláště německou školou: Weierstrass, Kronecker, Dedekind.

Jiný hlas: To všechno přišlo až sem z Německa, takže ty kořeny francouzské jsou méně...

Hejdánek: Jo, jo.

Jiný hlas: I díky tomu, že to všechno přišlo až sem z Německa, a že ty kořeny francouzské jsou méně... *d'accord.*

Jiný hlas: *Depuis que l'on a développé ce que j'ai appelé le point de vue orthodoxe, les infiniment petits ne sont plus utilisés pour eux-mêmes.*

Jiný hlas: Od té doby, co bylo rozvinuto to, co jsem nazval ortodoxní stanovisko, nejsou nekonečně malé používány pro sebe.

--- (1987-09-14 Pierre Cartier - Nekonečno a konečno (2) [LVH185VA]_Kaz a_cleaned.flac) ---

Jiný hlas: *Effectivement, la seule notion fondamentale est celle de limite.*

Skutečně, jediný základní pojem je ten o limitě.

Et l'on peut tout ramener à cette notion fondamentale.

A všechno se může k tomuto základnímu pojmu vrátit... vybudovat.

Hejdánek: K tomu se musí zdůraznit, že ne všechno.

Jiný hlas: *Il faut dire que c'est intéressant parce qu'on ne peut pas tout ramener.*

Hejdánek: Skoro všechno. Skoro všechno. Jenom s tou výhradou, že v podstatě jenom pojmy, které obsahují dva kvantifikátory, jsou přeložitelné. Jakmile jsou tři, tak už přeložitelné nejsou do toho pojmu limity. To znamená, ty pojmy se dvěma kvantifikátory se běžně překládají. *Concepts with two quantifiers are possible to translate, but there are some with three quantifiers, which are not possible.*

Jiný hlas: *Yes, I am simplifying a little bit.*

To je jistě zjednodušení. *C'est le résultat. D'accord.*

Je me place d'un point de vue pragmatique.

Mluvím teď pragmaticky. *En pratique, dans les mathématiques que l'on enseigne et que les utilisateurs, dont se servent les utilisateurs, on peut ramener en principe tout à la notion de limite.*

V matematice, která se vyučuje a kterou používají uživatelé, tak v principu se dá říct, že se všechno může redukovat na pojem limity.

Hejdánek: Ano, jo, ale původně ten diferenciální počet byl zúžen tím, že se to všechno dělá přes limitu, což nebylo v té Leibnizově imaginaci.

Le calcul différentiel a été réduit à cause de ça.

Jiný hlas: *C'est vrai, c'est vrai, c'est aussi ma thèse.*

Hejdánek: Já s tím souhlasím. To je taky moje téze. No.

Jiný hlas: *Alors, je vais maintenant parler de rapidement de ce qui a été fait par Abraham Robinson.*

Teď budu také krátce mluvit o tom, co udělal Abraham Robinson. *Je présente d'abord l'auteur pour ceux qui ne sont pas familiers avec les développements de la mathématique.*

Představuji vám autora pro ty, kteří neznají vývoj matematiky. *Abraham Robinson est un mathématicien américain et israélien.*

Abraham Robinson je izraelský i americký, nebo americký i izraelský matematik.

Hejdánek: Narozen ve Slezsku, v Bydhošti.

Jiný hlas: *Il est né en Silésie, paraît-il.*

Ano, vypadá to tak. *Et oui, c'est exact, c'est exact. Donc en Europe Centrale. Bon. Un européen qui a émigré aux États-Unis, puis en Israël.*

Takže Evropan, který se vystěhoval nejdříve do Ameriky a pak do Izraele. *Son travail le plus connu a été fait aux États-Unis.*

Jeho nejznámější práce byla napsána v Americe, teda vydána v Americe.

Il a la particularité suivante : d'être en même temps un des logiciens les plus profonds de notre siècle.

Má následující vlastnost, že je jeden z nejhlubších logiků našeho století. *Qui a développé certaines des parties les plus abstraites de la logique mathématique.*

On rozvíjel nejabstraktnější části matematické logiky. *C'est la partie que l'on appelle la théorie des modèles.*

Ta část se jmenuje teorie modelů. *Et qui s'occupe de comparer les théories mathématiques.*

A která se zabývá srovnáním matematických teorií.

Hejdánek: Teorií matematických. Jo, teorií matematických.

Jiný hlas: *À un niveau très élevé d'abstraction.*

Na velmi vysoké úrovni abstrakce. *Aux relations que plusieurs théories peuvent avoir entre elles.*

Zabývá se také vztahy různých teorií mezi sebou. *Et comment un discours peut s'interpréter, se traduire à l'intérieur d'un autre discours.*

A jak se může výklad interpretovat uvnitř jiného výkladu.

Mais Robinson est aussi un des meilleurs ingénieurs de l'aéronautique, fut un des meilleurs ingénieurs de l'aéronautique.

Robinson byl také jeden z nejlepších inženýrů v aeronautice. *Dans ses œuvres complètes, un volume sur les trois s'occupe de problèmes d'aérodynamique.*

V jeho díle... má jeho dílo tři díly a jeden se zabývá aerodynamikou.

Il fut un des grands experts dans la compagnie Boeing.

Byl jeden z velkých expertů ve firmě Boeing.

--- (1987-09-14 Pierre Cartier - Nekonečno a konečno (2) [LVH185VA]_Kaz b_cleaned.flac) ---

Jiný hlas: *Effectivement, la seule notion fondamentale est celle de limite.*

Skutečně jediný základní pojem je pojem limity.

Et l'on peut tout ramener à cette notion fondamentale.

Všechno se může k tomuto základnímu pojmu vrátit.

Hejdánek: Chce se říct vybudovat. I když se tomu dá říct zajímavý, že ne všechno.

Jiný hlas: *Il est vrai que c'est intéressant qu'on ne peut pas tout ramener... presque tout.*

Skoro všechno.

D'un côté, on ne peut que ramener les concepts qui n'ont que deux quantificateurs. Dès qu'il y en a trois, on ne peut pas les traduire dans le langage conceptuel.

Hejdánek: Na jedné straně počty, v podstatě jenom pojmy, který obsahují dva kvantifikátory, jsou přeložitelné. Jakmile jsou tři, tak přeložitelné nejsou do pojmového toho.

Jiný hlas: *Les concepts avec deux quantificateurs se traduisent couramment. Concepts with two quantifiers are possible to translate. But when there are three quantifiers, it is not possible.*

Yes, I am simplifying a little bit. C'est un des résultats.

To je jeden z výsledků.

Me placer d'un point de vue pragmatique. En pratique, dans les mathématiques que l'on enseigne et que les utilisateurs, dont se servent les utilisateurs, on peut ramener en principe tout à la notion de limite.

Mluvit teď pragmaticky. V matematice, která se vyučuje a kterou používají uživatelé, se v principu může říct, že se všechno může redukovat na pojem limity.

Même le calcul différentiel a été réduit à cause de ça.

Tím byl ten diferenciální počet zúžen, tím, že se to všechno dělá přes limity, což nebylo do té doby jasné. *C'est vrai, c'est aussi ma thèse.*

S tím souhlasím.

Alors, je vais maintenant parler de rapidement de ce qui a été fait par Abraham Robinson.

Ted'ka budu mluvit o tom, co udělal Abraham Robinson.

Je présente d'abord l'auteur pour ceux qui ne sont pas familiers avec les développements de la mathématique.

Představím vám autora pro ty, kteří neznají vývoj matematiky.

Abraham Robinson est un mathématicien américain et israélien.

Abraham Robinson je izraelský i americký nebo americký i izraelský matematik.

Hejdánek: Narozen v Breslau!

Jiný hlas: *Il est né en Silésie, il paraît.*

Ano, to je přesně.

Hejdánek: Ve střední Evropě.

Jiný hlas: *Un Européen qui a émigré aux États-Unis, puis en Israël. Son travail le plus connu a été fait aux États-Unis.*

Evropan, který se vystěhoval nejdřív do Ameriky a pak do Izraele. Jeho nejznámější práce byla napsána v Americe.

Il a la particularité suivante d'être en même temps un des logiciens les plus profonds de notre siècle, qui a développé certaines des parties les plus abstraites de la logique mathématique, celle la partie que l'on appelle la théorie des modèles, et qui s'occupe de comparer les théories mathématiques à un niveau très élevé d'abstraction.

Má následující vlastnost, že je jeden z nejhlubších logiků našeho století, který rozvíjel nejabstraktnější části matematické logiky, která se jmenuje *teorie modelů*, a která se zabývá srovnáním různých matematických teorií na velmi vysokém stupni abstrakce.

Aux relations que plusieurs théories peuvent avoir d'entre elles et comment un discours peut s'interpréter,

se traduire à l'intérieur d'un autre discours.

Zabývá se také vztahy různých teorií mezi sebou a jak se může řeč nebo výklad interpretovat uvnitř jiného výkladu.

Mais Robinson fut aussi un des meilleurs ingénieurs de l'aéronautique. Dans ses œuvres complètes, un volume sur les trois s'occupe de problèmes d'aérodynamique.

Ale Robinson byl také jeden z nejlepších inženýrů v aeronautice. V jeho díle má jeden ze tří dílů zabývajících se aerodynamikou.

Il fut un des grands experts dans la compagnie Boeing et l'on considère qu'il est un des créateurs de l'aile triangulaire moderne des avions.

Byl jeden velký expert ve společnosti Boeing a považuje se za tvůrce trojúhelníkového delta křídla letadel.

Par son expérience, Robinson était donc capable de combiner les exigences de la logique et les besoins du praticien.

Svou zkušeností byl Robinson schopen kombinovat požadavky logiky s potřebami praxe.

Comme ingénieur, il savait que l'on continuait à utiliser de manière clandestine les infiniment petits.

Jako inženýr věděl o tom, že se dále používají, ale tajně, nekonečně malé.

Même si les mathématiques officielles refusaient de considérer cette notion, leur efficacité pour le travail de l'ingénieur n'était pas moins grande.

I když oficiální matematika odmítala o tom uvažovat, o těch nekonečně malých, nebyla o to menší jejich účinnost pro práci inženýra.

Et quand il s'agissait de travaux d'aérodynamique, Robinson n'a pas eu de scrupules à employer ces méthodes interdites.

Když šlo o práce v aerodynamice, nezaváhal Robinson a použil tyto zakázané metody.

Mais Robinson, qui était un logicien à l'esprit très subtil, savait bien qu'on utilisait cette notion sans avoir codifié son emploi de manière correcte.

A Robinson, který byl logik velmi subtilní, věděl, že se tento pojem používá, aniž by bylo kodifikováno jeho používání právě přesně.

Hejdánek: Velmi důležitá informace pro nás, protože u nás v podstatě je pořád taková snaha tohleto vyložit jako takovou hříčku. Ale to, že to vzniklo skutečně při té aerodynamice, tak pro naše poměry tady v tom kroužku je velmi silnej argument, kterej jsem neznal, za což jsem velmi vděčen.

Jiný hlas: L'information que vous nous avez donnée est extrêmement importante parce qu'on présente la chose comme une espèce de jeu intellectuel, ces travaux-là, et on ne savait pas que ça avait une application pareille, et que donc il vous est très reconnaissant de leur avoir fourni cette information.

Bon, je voudrais nuancer...

Hejdánek: ce que je viens de dire.

Jiný hlas: Chtěl bych k tomu trošku zjemnit to, co teď říkám, nebo si to možná pamatujete ostřeji.

Hejdánek: Les travaux d'aérodynamique ont été une des grandes motivations de Robinson pour créer ces méthodes infinitésimales nouvelles, modernes.

Jiný hlas: Tyhle práce v aerodynamice byly pro Robinsona silnou pohnutkou, proč prohloubit ten počet infinitesimální.

Hejdánek: Mais lui-même n'a pas mis en oeuvre ces méthodes nouvelles pour l'aérodynamique. J'ai un élève qui s'intéresse actuellement à la météorologie par les méthodes de Robinson. Mais je parlerai un peu plus tard de cela.

Jiný hlas: Ale on sám neuvedl ty metody pro aerodynamiku. Má žáka, který se teď zajímá o meteorologii, a to s pomocí Robinsonových metod. O tom se zmíní až později.

Hejdánek: Pour un esprit comme Robinson, le succès pratique d'une méthode ne suffisait pas à donner un fondement. Les règles d'emploi des infinitésimaux que l'on utilise depuis plusieurs siècles conduisent à des contradictions. Et Berkeley, l'évêque Berkeley, les avait signalés avec beaucoup d'humour. Dans son

ouvrage classique *L'Analyse*.

Jiný hlas: Pro Robinsona praktický úspěch dané metody nestačí, aby zakládal tuto metodu. Pravidla použití těchto *infinitesimálních* čísel vedou k protikladům. A Berkeley na to upozornil s velkým humorem ve svém klasickém díle *Analyst*.

Hejdánek: *Robinson est le premier qui ait codifié complètement les règles d'usage des infiniment petits. En réintroduisant une des idées essentielles de Carnot. Il faut distinguer entre deux notions d'identité. Ou plutôt d'égalité. Il faut distinguer l'égalité absolue, où les objets sont absolument identiques, de l'égalité approchée, où la différence entre les deux objets est considérée comme négligeable.*

Jiný hlas: Robinson kodifikoval jako první pravidla použití *infinitesimálních*... nekonečně malých, tím, že znovu uvedl jednu ze základních Carnotových myšlenek. Totiž že je třeba rozlišovat mezi dvěma pojmy identity, anebo rovnosti. Musí se rozlišovat absolutní rovnost, ve které předměty jsou naprosto totožné, od blízké, přibližné rovnosti, kde rozdíl mezi dvěma předměty je považován za zanedbatelný.

Hejdánek: *Et c'est en... tous les prédécesseurs de Robinson avaient confondu ces deux notions. D'où les perpétuelles polémiques pour savoir si un nombre était vraiment zéro ou pas encore zéro. C'est-à-dire, les nombres qui sont vraiment zéro, ou ceux que l'on peut assimiler à zéro parce qu'ils sont très petits.*

Jiný hlas: Všichni předchůdci Robinsona pletli tyhle dva pojmy. Odtud nekonečné konflikty a diskuse o tom, jestli jedno číslo se rovná nule, nebo jestli se blíží k nule. To znamená čísla, která se rovnají skutečně nule, nebo která můžeme asimilovat k té nule, protože jsou nekonečně malá.

Hejdánek: *Il y aurait une discussion philosophique et historique intéressante à faire. À savoir si Lazare Carnot n'aurait pas pu faire cela... cette distinction. Et s'il n'a pas été arrêté seulement par l'état imparfait des notations mathématiques de son époque.*

Jiný hlas: Mohla by být zajímavá historická filosofická diskuse o tom, zda by Carnot to nemohl rozlišit a zda nebyl zastaven nedokonalým stavem matematických notací, způsobů, jak se to tehdy vyjadřovalo, ve své době.

Díky, k tomu Carnotovi, tam jsme taky něco o tom psali, o těch dvojích rovnostech, jo, tak asi taky o Carnotovi. *Il dit que ce que vous êtes en train de... ce dont vous êtes en train de parler sur les deux natures de l'égalité, que ce serait aussi intéressant que vous envoyiez le livre de Carnot.*

Hejdánek: *Bon écoutez, vous me ferez une liste ensuite des choses que je vous ferez transmettre par les prochains visiteurs. Le livre de Carnot est facilement disponible en France. Il n'est pas cher. Il vaut 40 ou 50 francs français, ce n'est pas cher.*

Jiný hlas: Uděláme seznam, co byste chtěli, a on to pošle po příštích návštěvnících. To se ve Francii dá sehnat a není to drahé. Stojí to 40 nebo 50 franků, to není drahé.

Hejdánek: *Robinson a fait beaucoup plus. Il a montré que ces nouvelles règles qu'il venait de codifier étaient cohérentes. En effet, il ne suffit pas d'énoncer des règles de raisonnement pour être correct. Si les règles de raisonnement utilisées contiennent une contradiction logique, elles sont sans intérêt. Et on connaît la méthodologie de la logique mathématique moderne qui permet dans certaines situations de s'assurer une fois pour toutes que l'on ne trouvera pas de contradiction.*

Jiný hlas: Robinson udělal ještě víc. Ukázal, že nová pravidla, která teď kodifikoval, jsou koherentní, konzistentní, bezrozporná. Nestačí uvádět pravidla v argumentaci, aby něco bylo správné. Když pravidla v argumentaci obsahují logický rozpor, nemají význam, jsou bezvýznamná. A známe metodologii moderní matematické logiky, která v určitých situacích dovoluje zjistit jednou provždy, že se rozpory nenajdou.

Hejdánek: *On sait depuis les travaux des logiciens des années 1930 que cette entreprise de non-contradiction, de justification, est impossible au niveau absolu.*

Jiný hlas: Od 30. let a od prací logiků této doby víme, že tento pokus o non-contradiction, o justification logickou, je na absolutní úrovni nemožný.

Jiný hlas: *on ne peut pas prouver une non-contradiction absolue de la logique et des sciences. Nemůžeme dokázat absolutní bezespornost logiky a věd, même de l'arithmétique des nombres entiers, dokonce ani u aritmetiky celých čísel nelze dokázat bezespornost. Mais on sait, on a de très nombreux résultats très*

importants de non-contradiction relative. Ale máme spoustu výsledků relativních bezesporností. Si l'un est non-contradictoire, alors cette méthode permet de prouver que l'autre l'est aussi. Když je jedna bezesporná, tak tato metoda dovoluje dokázat, že ta druhá je taky – jedno vůči druhému. Ale je to relativní bezespornost. Certains on peut savoir que ajouter certains modes de raisonnement ne conduit pas à des dangers logiques. Víme, že přidat určitý typ argumentace nevede k rozporu. Et ces résultats sont en pratique extrêmement importants. A výsledky takto získané jsou většinou velmi důležité. Donc les après les travaux de Robinson... Po Robinsonových pracích nous avons deux résultats importants. máme dva důležité výsledky. On a réhabilité un certain nombre de raisonnements classiques... Byly rehabilitovány některé klasické argumentace, dont la valeur heuristique était fort connue... a heuristická hodnota těchto argumentací byla známá, mais n'était pas considérée comme correcte. ale nebyla považována za správnou, košer. Pour ces méthodes, on a un code d'emploi, un mode d'emploi précis. Pro tyto metody existuje přesný návod, beaucoup plus précis que tout ce qui précédait. daleko přesnější než všechno, co bylo předtím. Et d'autre part, on sait qu'ils ne nous conduiront pas à des difficultés nouvelles. A víme, že nás nedovedou k novým obtížím.

Bon, l'ouvrage que Robinson a écrit sur ce sujet est très compliqué. Práce, kterou Robinson o tomto tématu napsal, je velmi složitá, et il a eu peu de lecteurs au début à cause de cette complication. a měla na začátku málo čtenářů kvůli tomu, že to byla hodně složitá kniha. Je peux, à titre de témoignage... Můžu dosvědčit – j'ai été sans doute un des premiers lecteurs en 1965 de ce livre. byl jsem jeden z prvních čtenářů v roce 1965. Mais ce n'est qu'en 1980 que j'ai compris l'intérêt du livre. Ale teprve v roce 1980 jsem pochopil význam této knihy. Jusque-là, j'avais vu comme beaucoup un tour de force d'un logicien très habile et très subtil. Do té doby jsem jako všichni ostatní viděl v tom hodně šikovný trik od šikovného logika, tour de force.

Parmi les successeurs immédiats de Robinson, je citerai les suivants... Uvedu z Robinsonových pokračovatelů ty, qui ont oeuvré pour simplifier et étendre le travail de Robinson. kteří rozšířili a zjednodušili práci Robinsonovu. Son disciple Luxembourg... Uvedu jeho žáka Luxemburga, puis quelqu'un qui s'appelle Hrbacek. pak někoho, kdo se jmenuje Hrbáček.

Hejdánek: Hrbáček je v Americe, no.

Jiný hlas: *Il est émigré ou il est toujours ici?*

Hejdánek: Emigroval.

Jiný hlas: *Hrbacek qui a donné un exposé cohérent sans logique mais encore très compliqué. Který podal koherentní výklad, sans logique, sans recours aux méthodes techniques de la logique. bez pomoci logických metod. Tady musím udělat závorku, komentář. Il y a aujourd'hui un divorce entre la logique de Monsieur Jourdain... Existuje dnes rozchod mezi logikou pana Jourdaina, což je obyčejný člověk, celle que toute personne pensante ou plus particulièrement tout scientifique utilise... a to je rozchod mezi logikou, která je tou obyčejnou logikou používanou běžným vědcem, et les subtilités des professionnels de la logique mathématique. a subtilnostmi profesionálních matematických logiků. Et la plupart des utilisateurs scientifiques... Většina vědeckých uživatelů veulent bien utiliser la logique de tout le monde sous la forme de Monsieur Jourdain... používá ráda tu obyčejnou logiku, mais ne veulent pas devenir des experts de cette théorie mathématique de la logique. ale nechce se stát expertem teorie matematické logiky. Le premier exposé des idées de Robinson qui est conforme à cette exigence a été fait par Hrbacek. První výklad Robinsonových teorií, který odpovídá těmto požadavkům, c'est-à-dire qu'il est compréhensible par quelqu'un qui n'est pas un spécialiste de la logique. aby byl srozumitelný někomu, kdo není specialista v logice, v tom otevřel cestu velké řadě matematiků. Mais il est encore excessivement compliqué. L'exposé de Hrbacek est excessivement compliqué. Ale je to ještě vysoce složité, Hrbáčkův výklad je vysoce složitý. Les efforts suivants ont donc été dans le sens d'une simplification. Tyto snahy potom směřovaly k zjednodušení.*

Jiný hlas: *Le principal acteur est Edward Nelson, hlavním aktérem je Edward Nelson.*

Hejdánek: Hlavním aktérem je Edward Nelson.

Jiný hlas: *qui est un mathématicien et un physicien de Princeton*, který je matematik a fyzik v Princetonu, dont les contributions aux mathématiques et à la physique sont très importantes, a jeho příspěvky k matematice a fyzice jsou velmi významné, et qui a donné successivement plusieurs versions, on podal postupně různé verze, de plus en plus simples, čím dál tím jednodušší. Et j'ai aussi mis au point des versions assez semblables à celles de Nelson. On sám vypracoval verze dost podobné těm Nelsonovým. Je ne voudrais pas les décrire ici de manière technique, mais vous donner quelques-uns des enjeux philosophiques. Nechce je tady technicky popsat, ale spíše podat několik filosofických...

Hejdánek: ...významů nebo filosofických souvislostí.

Jiný hlas: *Bon. Je résume les exigences que doivent remplir de nouvelles théories de ce genre*, shrnuje požadavky, které musí plnit nové teorie tohoto typu, sous la forme d'un programme philosophique, a to ve formě filosofického programu. Premièrement, peut-on donner un modèle pythagoricien de l'espace et du temps? Za prvé, lze dát pythagorejský model prostoru a času?

Hejdánek: To musí splňovat ta nová teorie?

Jiný hlas: [souhlasný zvuk] *Pythagoricien ou éléatique, enfin conforme aux Eléates, aux philosophes Eléates*. Nebo eleatský, tato nová teorie, že...

Hejdánek: Je to otázka.

Jiný hlas: Je to otázka, ano, to je to... může? *C'est-à-dire que le temps s'écoule par instants successifs*, to znamená, že čas teče, běží, postupnými okamžiky, et que l'espace est composé d'atomes d'étendue, jestli se prostor skládá z atomů rozprostraněnosti, rozprostranění.

Hejdánek: To jsou jako požadavky na to, jako jestli někdo navrhne novou teorii, tak se ho máme zeptat: Za prvé, umíš dát pythagorejský model prostoru a času? Ano, nebo ne.

Jiný hlas: Za druhé. *Deuxièmement. Peut-on réconcilier les atomes de matière des physiciens avec ces atomes d'espace et de temps?* Za druhé, lze dát do souladu tyto atomy fyziků, les atomes de la matière, atomy hmoty s atomy prostoru a času? *Troisième problème, troisième exigence philosophique. Peut-on décrire une dialectique du petit et du grand avec toute la précision scientifique nécessaire?* Za třetí, lze popsat dialektiku malého a velkého s veškerou nutnou vědeckou přesností? *Et quatrièmement. Est-ce que le recours à l'infini est nécessaire pour donner un modèle du monde? Avons-nous besoin de l'infini pour donner un modèle du monde?* Za čtvrté, potřebujeme nekonečno, l'infini, abychom podali model světa? *Ou pouvons-nous donner un modèle du monde en termes purement finis?* Anebo můžeme podat model světa v konečných termínech?

Bon. Je donne par exemple, je rappelle quelques discussions philosophiques classiques. Uvedu jako příklad pár klasických filosofických diskuzí. *Par exemple, la discussion donnée par Emile Borel dans ses livres sur le calcul des probabilités.* Třeba diskuzi Émila Borela v jeho knize *Sur le calcul des probabilités*. *Borel fait la distinction entre les événements qui arriveront avec une certitude logique*, Borel rozlišuje události, které nastanou s logickou pravděpodobností, et ceux que l'on peut accepter comme sûrs, même s'ils ne sont pas logiquement certains, od těch, které můžeme přijímat jako jisté, i když nejsou v logickém slova smyslu jisté. *Dans la vie pratique, c'est la théorie du risque calculé, mesuré, du risque mesuré.* V praktickém životě je to teorie vypočítaného rizika. *Nous acceptons de sortir dans la rue, vyrazíme do ulice, même si nous savons qu'il y a une chance sur un million que nous soyons victime d'un accident, i když víme, že je jedna k milionu šance, že se nám něco stane. En pratique, nous savons que le risque est très petit, tout au moins dans certaines circonstances.* V praxi víme tedy, že riziko je velmi malé, aspoň v určitých okolnostech. *Et pourtant, nous ne pouvons pas le chiffrer exactement, ce risque.* A přitom ho nemůžeme přesně vyčíslit. *Donc nous devons prendre des décisions, non pas sur un argument avec la précision des chiffres, des nombres, takže se musíme rozhodnout, a to ne pomocí čísel, un risque qui peut être calculé, donné sous une forme quantitative, abychom měli riziko kvantitativně určeno, mais seulement sous une forme qualitative, a to riziko je označeno jen kvalitativně.*

Hejdánek: Že to nemůžeme... My se můžeme rozhodnout i za těch okolností, že to vůbec neděláme matematicky nějaký, že, ale že to posuzujeme kvalitativně. Takže nekvantifikujeme.

Jiný hlas: Jo. *Donc ceci illustre la différence que je disais tout à l'heure entre un nombre qui est vraiment nul et un nombre qui est très petit.* A to ilustruje ten rozdíl, o kterém jsem mluvil před chvílí, mezi číslem, které je skutečně nulové, a číslem, které je velmi malé. *Le risque nul c'est celui qui avec une certitude logique ne se produira jamais.* Nulové riziko je to, co se s logickou určitostí nikdy nestane. *Le risque négligeable c'est celui qui peut se produire, mais nous acceptons provisoirement de faire comme s'il ne devait pas se produire.* A zanedbatelné riziko je to, co se může stát, ale my dočasně...

Hejdánek: ...to považujeme za zanedbatelné, to jest, že počítáme s tím, jako by se to nestalo.

Jiný hlas: Jako by se to nestalo. Je to prostě za horizontem.

Hejdánek: Jo, a tady nastupuje potom ta matematika v tomto momentě fenomenologie. A to prostě ty malé veličiny jsou ty, které jsou za horizontem. To je nejlepší takové zdůvodnění a dává tomu výklad zcela jasný a zároveň takovou heuristiku, jak se s tím má pracovat.

Jiný hlas: *Donc quelque chose est derrière l'horizon et c'est à ce moment-là qu'intervient la phénoménologie.*

J'aimerais continuer cette discussion avec monsieur Hejdánek demain et terminer maintenant. Chtěl by zítra s vámi diskutovat, pane... *Je compte beaucoup vous rencontrer demain.* Počítá s tím, že se s vámi setká.

Je voulais terminer, donc... il s'agit de créer une théorie scientifique de l'absolument petit et de l'absolument grand. Jde o to vytvořit vědeckou teorii o nekonečně malém a nekonečně velkém. *D'où deux niveaux de réalité.* Odtud dvě roviny skutečnosti. *Mais une fois que l'on a créé ces deux niveaux, on peut les multiplier et répondre aux exigences d'une organisation hiérarchique du monde, comme je l'ai décrite tout à l'heure.* A i když jsme už ty dvě roviny vytvořili, tak je můžeme rozmnožit a vyjít vstříc požadavkům hierarchické organizace světa, jak jsem ji před chvílí popsal.

Ces idées représentent plutôt un programme pour le développement futur des sciences. Tyto ideje představují spíše program pro budoucí vývoj věd. *Un point important est de trouver des applications bien choisies qui pourront convaincre les scientifiques de la sûreté de ces méthodes.* Důležitý bod je najít dobře zvolené aplikace, které by mohly přesvědčit vědce o spolehlivosti těchto metod. *Aujourd'hui déjà on a obtenu des résultats nouveaux dans l'étude des vibrations et des phénomènes cycliques.* Už teď jsme získali nové výsledky ve zkoumání vibrací a cyklických procesů nebo fenoménů. *Et avec des possibilités non explorées d'applications aux rythmes biologiques.* A pak jsou ještě nezkoumané možnosti aplikace k biologickým rytmům. *Ces applications sont à développer. La théorie mathématique est faite, les applications à la biologie n'ont pas été faites.* Tyto aplikace ještě nebyly provedeny. Matematická teorie je hotova, aplikace na biologii nikoliv. *J'ai déjà signalé un de mes élèves qui essaie d'appliquer ces idées à la météorologie.* Už jsem uvedl jednoho ze svých žáků, který se pokouší to aplikovat v oblasti meteorologie. *Et on peut en envisager encore d'autres.* A můžeme ještě uvažovat o dalších aplikacích. *En quelques minutes, je voudrais maintenant discuter la quatrième exigence.* Teď chci v několika minutách diskutovat čtvrtý požadavek. *Avons-nous besoin de l'infini pour faire un modèle rationnel de l'univers ?* A to je, jestli potřebujeme nekonečno, abychom vytvořili racionální model univerza. *En fait, oui et non est ma réponse.* Moje odpověď bude vlastně ano i ne. *Je voudrais simplement opposer deux conceptions des rapports entre le fini et l'infini.* Chtěl bych dát do rozporu dvě pojetí o vztahu mezi konečným a nekonečným. *La manière la plus classique de considérer le rapport du fini et de l'infini est la suivante : c'est celle qui a été développée par Cantor, Dedekind et leurs successeurs.* Nejklasičtější pohled na vztah mezi konečným a nekonečným je ten, který byl rozvíjen Cantorem, Dedekindem a jejich následovníky. *Et qu'il est plus facile d'illustrer en termes de cosmologie.* Ten pohled se zobrazuje snadněji v kosmologických termínech. *C'est le modèle d'un univers ouvert, infini, sans limite, mais qui contient en soi des objets finis.* Je to model otevřeného univerza, nekonečného, bez mezí, které však v sobě obsahuje konečné předměty. *La pièce où nous vivons est une partie de l'univers et elle est finie.* Místnost, ve které žijeme, je konečná, přitom je součástí univerza. *Notre terre où nous habitons est dans la même position vis-à-vis de l'univers.* Naše země je ve stejném postavení vůči univerzu. *Et il est inutile de multiplier les*

exemples. Tyto příklady stačí. Le point essentiel qui fait que l'univers est infini est que l'on peut toujours aller plus loin. Podstatný bod, který činí vesmír nekonečným, je, že můžeme vždycky jít dál. À côté d'une partie finie du monde, on peut en créer une image, finie aussi, mais en dehors d'elle. Vedle konečné části světa můžeme vytvořit obraz, také konečný, ale vně ní.

Jiný hlas: Cette pièce où nous sommes réunis est l'image de la pièce qui est au-dessus et celle qui est en dessous. Tato místnost, ve které jsme, je obraz místnosti, která je o patro výš a o patro níž. Chaque étoile est l'image des autres étoiles. Každá hvězda je obraz ostatních hvězd. Et l'univers est infini, parce qu'il n'y a pas de limite à cette répétition. A vesmír je nekonečný, protože toto opakování nemá hranice. Ceci est la vue traditionnelle du rapport entre le fini et l'infini. Toto je tradiční pohled na vztah mezi konečným a nekonečným. L'infini est au-delà du fini dans l'espace ou dans le temps. Nekonečno je mimo konečno, a to v prostoru i v čase. À l'extérieur du fini. L'infini est à l'extérieur du fini. Vnější než tomu konečnému.

Rozuměl jsem správně?

Hejdánek: Ano, ano, je mimo.

Jiný hlas: Bon. Les théories mathématiques récentes auxquelles j'ai fait allusion... Novější matematické teorie, o kterých jsem se už zmínil... ...conduisent à une vue totalement opposée. vedou k zcela opačnému...